Mathématiques et sciences humaines
Mathematics and social sciences

191 | Automne 2010
Variabilité et inégalités

Dynamique des entités géographiques et lois d'échelle dans les systèmes complexes : la question de l'ergodicité

Dynamics of geographical entities and scaling laws in complex systems: the ergodicity issue

Denise Pumain

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/msh/11816
DOI : 10.4000/msh.11816
ISSN : 1950-6821

Éditeur
Centre d'analyse et de mathématique sociales de l'EHESS

Édition imprimée
Date de publication : 1 septembre 2010
Pagination : 51-63
ISSN : 0987-6936

Math. Sci. hum / Mathematics and Social Sciences (47e année, n° 191, *2010*(3), p. 51-63

DYNAMIQUE DES ENTITÉS GÉOGRAPHIQUES ET LOIS D'ÉCHELLE DANS LES SYSTÈMES COMPLEXES : LA QUESTION DE L'ERGODICITÉ

Denise PUMAIN[1]

RÉSUMÉ – *Les lois invariantes d'échelle mesurées sur des entités géographiques révèlent la forme des processus dynamiques qui engendrent les inégalités de dimension. Deux interprétations de leur application aux systèmes de villes sont ici discutées. Selon des physiciens, la valeur de l'exposant des lois de puissance différencierait les activités urbaines susceptibles de réaliser des économies d'échelle, avec des exposants inférieurs à un, de celles qui sont simplement proportionnelles à la population parce qu'elles satisfont des besoins universels, tandis que d'autres, plus que proportionnelles, seraient porteuses de croissances de plus en plus rapides et de menaces de crises. Cette interprétation de lois transversales dans les termes de la trajectoire longitudinale d'une seule ville, suppose que le système de villes soit ergodique. Cette condition n'est pas vérifiée selon une théorie évolutive des villes qui intègre division spatiale du travail et diffusion hiérarchique des innovations.*

MOTS-CLÉS – Croissance, Cycles d'innovation, Lois d'échelle, Systèmes de villes, Villes

SUMMARY – Dynamics of geographical entities and scaling laws in complex systems: the ergodicity issue
Scaling laws when measured on geographical entities reveal which types of dynamical processes are generating their mass inequalities. Two interpretations of an experiment with systems of cities are discussed. According to physicists, the exponent value of adjusted power laws would differentiate among urban activities, those performing scale economies, with exponent below one, those satisfying common human needs that are simply proportional to city size, whereas those with exponent greater than one produce hyperexponential growth. Interpreting scaling laws measured on subsystems of different sizes at a given period in terms of the trajectory of a single city over time supposes that the system is ergodic. This hypothesis is contradicted by an evolutionary theory of urban systems and empirical evidence as well.

KEYWORDS – Cities, Growth, Innovation cycles, Scaling laws, Systems of cities

1. INTRODUCTION

L'évaluation habituelle de l'ampleur des inégalités entre des objets dépend de la loi de croissance qu'on leur suppose : si elle est additive, on mesure une différence, si elle est multiplicative, on calcule un rapport. Les mesures habituelles de taux ou de densité, ou encore les indicateurs sociaux par habitant s'appuient sur cette référence à la croissance exponentielle, ou « loi de l'effet proportionnel » [Gibrat, 1931]. On reste cependant dans l'univers des relations linéaires, dans des rapports de proportionnalité. Lorsque

[1] UMR Géographie-cités, Université Paris I, Institut Universitaire de France, 13 rue du Four 75006 Paris, pumain@parisgeo.cnrs.fr

sont mises en évidence des relations non proportionnelles, par exemple dans le cas des croissances allométriques, des configurations fractales, ou des « lois invariantes d'échelle » (*scaling laws*) dans les systèmes complexes, la mesure des inégalités doit se référer à d'autres modèles. Ceux-ci ne sont pas encore bien établis, bien qu'ils donnent lieu à de nombreuses métaphores s'appuyant sur la notion d'échelle (de l'échelle humaine aux économies d'échelle), ou à des transferts de la notion d'invariance d'échelle, qu'il s'agit d'expliciter. Pour les géographes, l'enjeu est de relier la mesure des inégalités à des lois de croissance et des formes d'organisation à des processus dynamiques dans les systèmes géographiques.

Deux processus principaux interviennent en géographie pour différencier qualitativement et quantitativement des entités repérables et identifiables à telle ou telle échelle, ou plutôt à tel ou tel niveau d'observation. Dans le premier cas on identifie surtout des différences qualitatives, dans le second on mesure des inégalités quantitatives entre entités.

1) les processus de *territorialisation*[2] induisent des différenciations, à l'intérieur de frontières relativement étanches, par une sorte de « dérive génétique », qui spécifie des interactions fréquentes internes au territoire, produisant des différences importantes avec les territoires voisins, par exemple en termes de culture, de langue, de paysage, de pratiques sociales et de règles collectives, au moins tant que les frontières restent stabilisées ou que le franchissement des distances ne permet que des échanges sporadiques avec d'autres territoires.

2) dans un territoire donné ou entre des territoires connectés, les processus d'interaction du type centre-périphérie et les asymétries de réseau qui leur sont associées (incluant éventuellement prédations et conquêtes) produisent des inégalités *d'accumulations ou de concentrations*, qui engendrent des entités géographiques de plus ou moins grande taille.

C'est sur la signification de ces inégalités quantitatives entre des entités géographiques que l'on s'est interrogé, afin de mieux comprendre quels sont les processus dynamiques qui conduisent à les différencier. Les lois d'échelle sont des modèles employés en mathématique, en physique ou en biologie, pour décrire de manière formalisée les relations qui s'établissent entre la dimension d'un objet et celle d'une de ses parties ou certaines mesures de son activité. Nous expérimentons ici des lois d'échelle sur des systèmes de villes, car ils offrent de remarquables régularités dans l'expression d'inégalités de taille entre des entités géographiques qui portent sur plusieurs ordres de grandeur. Les territoires du monde constitueraient aussi un échantillon très intéressant pour explorer comment ont été produites les inégalités entre eux, certains auteurs se risquent d'ailleurs courageusement dans cette voie [Diamond, 1997, Grataloup, 1996] mais la dynamique de ce type d'entités géographiques, qui fait interférer processus de territorialisation et processus d'accumulation-concentration est sans doute encore plus complexe que celle que nous examinons ici, même si certains de nos résultats peuvent contribuer à en éclairer certains aspects.

---

[2] En géographie, un territoire est une portion contiguë de la surface de la terre appropriée par un groupe, qui y déploie ses propres règles d'organisation et de contrôle et ses représentations symboliques collectives. La notion se décline aussi au niveau individuel et peut alors comporter des discontinuités et des réseaux.

ÉCONOMIES D'ÉCHELLE RÉALISÉES PAR LA FRACTALITÉ DES RÉSEAUX

Je m'inspire ici des remarques formulées par le physicien Geoffrey West [2006] à propos des lois d'invariance d'échelle. Il rappelle que ces lois sont formulées pour certains domaines de validité ou de pertinence, selon des « échelles naturelles », telles que par exemple en physique on peut se passer de la constante de Planck ou de la vitesse de la lumière pour écrire les équations décrivant des phénomènes observables à l'échelle humaine. Mais, même à ce niveau, la comparaison entre des objets d'ordre de grandeur différents implique de bien connaître comment varient leurs proportions. Il prend l'exemple des fourmis, dont on admet qu'elles soulèvent jusqu'à cent fois leur propre poids, alors que les hommes portent des charges tout au plus égales à leur propre poids. Les fourmis seraient-elles plus fortes que les hommes ? Une telle affirmation tendrait à signifier que, si une fourmi pouvait atteindre la taille (le poids) d'un homme, elle serait cent fois plus forte, autrement dit, que la force est proportionnelle au poids (nous admettons ici une définition de la « force » au sens commun du terme qui est la capacité à soulever ou maintenir en l'air une charge sans rupture). Or, le changement d'échelle, de la fourmi à l'homme, ne se fait pas selon une fonction linéaire du poids. G. West rappelle la démonstration qu'avait faite Galilée à propos de la force des poutres qui soutiennent les bâtiments : celle-ci varie proportionnellement à la superficie de leur section, donc comme le carré d'une longueur, tandis que le poids de la structure varie comme cette longueur élevée au cube. La force ne varie donc pas linéairement avec le poids, mais selon une fonction puissance d'exposant ⅔, autrement dit elle croît bien « moins vite » que le poids, selon une référence du langage commun à la proportionnalité qui correspondrait à un exposant égal à 1.

Comparer les poids soulevés par l'homme et la fourmi en termes de force revient donc à ramener le premier à l'échelle de la seconde, en termes d'inégalités de poids, selon un modèle qui n'est pas celui de la proportionnalité mais en fonction d'une loi d'échelle de la forme fonction puissance d'exposant ⅔. En effet, si on calculait la force d'après une relation linéaire avec le poids, un homme de 70 kg devrait pouvoir soulever 7×10^5 fois ce qu'une fourmi de 0,1 g soulève, soit 7×10^5 fois 10 g = 7000kg ! Mais si on calcule la force selon une relation linéaire avec la surface de la section des corps (par exemple, environ 3mm^2 pour un corps de fourmi et 30 cm^2 pour un corps humain) la charge qu'un homme devrait pouvoir soulever, d'après celle de 10 g pour la fourmi, est d'un tout autre ordre de grandeur, aux environs de 100kg (on obtient ce même ordre de grandeur en estimant le rapport des forces d'après celui des poids muni d'un exposant ⅔). On modifie donc complètement l'évaluation de la force selon la forme statistique de la relation avec la variable qui sert de référence pour la comparaison (ici, le poids). C'est seulement lorsque on utilise une forme de relation correcte (c'est-à-dire conforme aux observations résumées par le modèle statistique) que l'on obtient une évaluation qui ne va pas contre l'intuition : la force humaine est alors à peu près équivalente à celle de la fourmi, il n'y a en effet pas de raison pour que la résistance de la matière vivante diffère de plusieurs ordres de grandeur entre des organismes de poids différents ! Un chercheur cité par G. West [2006] a d'ailleurs montré que la relation entre les charges soulevées et le poids des athlètes, établie empiriquement par les sportifs pour évaluer les performances des haltérophiles, est une fonction puissance d'exposant ⅔.

En économie, on connaît bien ce problème de variation non proportionnelle de certaines quantités en fonction d'une autre, et l'on appelle *élasticité* l'exposant qui mesure le rapport entre deux variations relatives, par exemple celle du budget total des ménages et celle d'un poste de dépenses : lorsque l'élasticité est inférieure à 1, la part du poste de dépenses considéré (par exemple, l'alimentation) décroît lorsque le revenu des ménages augmente, tandis que lorsqu'elle est supérieure à 1 (par exemple pour l'habillement ou l'automobile) le poste de dépenses considéré prend une part croissante en fonction du revenu. Si l'élasticité est égale à 1, la relation entre le revenu total et la dépense partielle est linéaire et l'une varie proportionnellement à l'autre. Lorsque l'exposant ou élasticité est différent de 1, la relation entre les deux grandeurs n'est pas linéaire (la dépense consacrée à un poste particulier augmente plus ou moins vite que le revenu total) mais c'est entre les variations des deux variables que l'on a une relation de proportionnalité. En effet, lorsque que le changement d'une variable y dy/y est proportionnel à celui d'une autre variable x dx/x :

$$e = \text{élasticité de } y \text{ par rapport à } x = (dy/y) \,/\, (dx/x)$$

et que cette proportion e est une constante, dans la plupart des cas on peut écrire la relation entre les deux variables comme une fonction puissance dont l'exposant est cette élasticité :

$$y = k\, x^e$$

En biologie, selon G. West, de nombreux rapports ont été établis entre certaines quantités et la taille des êtres vivants, en général mesurée par leur masse corporelle. Curieusement, les rapports avec la taille ne sont pas caractérisés par des rapports du type surface/poids, donc de dimension ⅔, mais par des multiples de ¼, comme dans le cas du taux de métabolisme, de la densité de mitochondries, ou encore l'espérance de vie. Par exemple, une loi invariante d'échelle d'exposant ¾ exprime la relation entre le taux de métabolisme observé et la masse corporelle des êtres vivants correspondants, pour 27 ordres de grandeur, depuis les molécules jusqu'aux plus grands mammifères [West & *al.*, 1997]. L'intérêt d'établir une telle relation est dans la recherche de son explication. En effet, si le taux de métabolisme, donc la dépense énergétique, augmente moins vite que la masse, et permet ainsi à des animaux de grande taille de se maintenir sans que leur consommation augmente en simple proportion, c'est que des « économies d'échelle » sont réalisées par l'organisation de ces êtres vivants. Le métabolisme d'une personne humaine consomme ainsi une énergie équivalente à celle d'une ampoule électrique, de l'ordre de 100 watts, alors que nos cellules désassemblées auraient ensemble besoin de quelque 10 000 watts pour se maintenir. G. West et ses collègues biologistes ont démontré que ces économies d'échelle étaient réalisées au moyen des divers réseaux (vasculaires, respiratoires…) qui assurent la distribution de l'énergie aux différentes parties du corps, grâce à leur structure fractale, caractérisée par une dimension de l'ordre de ¾. Ainsi, pour G. West, les lois d'échelle sont des « révélateurs de l'existence de contraintes qui pèsent sur l'organisation et l'évolution des systèmes » [West, 2006].

Dans le cas des systèmes physiques ou biologiques, les contraintes qui pèsent sur la dynamique sont relativement faciles à identifier, car elles relèvent en définitive de la chimie ou de la physique. Mais comment expliquer l'émergence de lois d'invariance d'échelle dans le domaine social ? La loi de Pareto ou le modèle de Zipf ont en effet des expressions diverses, en économie, en linguistique, ou en géographie. Les formes des lois d'échelle sont-elles identiques à celles observées en biologie, sont-elles susceptibles de recevoir le même type d'explication ? Quelles conséquences peut-on en tirer pour l'évaluation des inégalités ? Quels sont les modèles dynamiques correspondants qui soient utilisables pour une prospective ? De ces interrogations sont nées des investigations menées dans le cadre du programme européen ISCOM [Lane & *al.,* 2009].

3. LA NOTION D'ÉCHELLE ET LES ENTITÉS GÉOGRAPHIQUES

Identifier des lois invariantes d'échelle suppose de savoir mesurer précisément des quantités sur des entités bien définies. Les relier à des processus dynamiques implique aussi de maîtriser l'évolution de cette ontologie au cours du temps historique. La notion d'échelle intervient ici doublement : d'une part, il s'agit de reconnaître ou d'identifier des niveaux d'organisation pertinents, des sous-systèmes auxquels il est possible de conférer une certaine relation d'autonomie par rapport à leur environnement ou par rapport à d'autres sous-systèmes ; d'autre part, des mesures analogues doivent pouvoir être effectuées sur des sous-systèmes différant par leur taille par plusieurs ordres de grandeur, permettant de conclure éventuellement à une relation « invariante d'échelle ».

En sciences sociales, réaliser des ontologies en vue de tester des lois de processus dynamiques est difficile, ces disciplines étant sans cesse confrontées à l'impermanence de leurs objets comme de leurs catégories d'analyse. Pourtant, une théorie n'est possible qu'en acceptant de stabiliser « artificiellement » des catégories, voire en identifiant des catégories qui gardent la même signification pour des contenus changeants, même si les objets de cette ontologie sont par définition eux-mêmes instables. Certes, il faut ensuite bien contrôler les possibles conséquences de ce postulat, en vérifiant qu'ils n'entraînent pas avec eux l'ensemble des résultats de la recherche, lesquels ne seraient alors que simples artefacts. Avec la géographie, nous faisons face à une difficulté supplémentaire. Les entités élémentaires dont elle s'occupe sont non seulement des personnes, des individus, ou de petits groupes, mais plus souvent de grands agrégats, des régions, des villes, des États… Pour analyser le changement, à des échelles d'observation où il est exclu de produire des données à partir de sa propre enquête, on est bien obligé d'employer les statistiques de la puissance publique, en admettant certes que sous la permanence des nomenclatures (en fait elles sont périodiquement révisées, au grand dam de l'analyste !) se produisent des évolutions des contenus, mais que si la puissance publique les produit et les utilise, c'est que les différents acteurs saisis de ce dossier leur reconnaissent une certaine pertinence [Desrosières, 1993]. D'autre part, même si le contenu concret des catégories change, ce qu'elles permettent de comparer dans le temps, ce sont moins les descriptions des objets dans l'absolu que leurs positions relatives dans l'étendue des signifiés couverte par un attribut donné.

Nous situons notre travail dans l'ontologie résumée de façon lapidaire par B. Berry [1964], « cities as systems within systems of cities »[3]. Je ne m'étendrai pas longuement sur la définition des villes elles-mêmes, qui garde une grande permanence ontologique pour un contenu si variable au cours du temps. Une entité urbaine ayant une cohérence géographique peut être définie, successivement à partir des concepts d'agglomération (bâti continu) et d'aire urbaine (ou *functional urban area*) employés par certains services statistiques et les chercheurs [Moriconi-Ebrard, 1994]. Ces entités ont donc des limites géographiques variables dans le temps, mais qu'on peut situer dans une enveloppe spatiale évolutive correspondant à une heure de budget-temps pour la connexion des lieux de l'activité quotidienne [Guérois, Paulus, 2002, Bretagnolle & *al.*, 2008]. La notion de systèmes de villes est plus facile à définir (il s'agit d'un ensemble de villes rendues interdépendantes dans leurs évolutions par leurs multiples échanges), mais plus compliquée à délimiter : le plus souvent l'interdépendance résulte de diverses régulations, par exemple dans le cadre des frontières d'un territoire national, mais depuis très longtemps pour les plus grandes villes, ou pour des villes spécialisées dans

---

[3] Avec le déploiement des réseaux, cette organisation en deux niveaux d'échelles emboîtées se complexifie mais reste une description valide en première approximation.

les échanges à longue distance, et désormais pour la plupart de celles qui sont engagées dans les réseaux de la mondialisation, il est plus difficile de cerner précisément le système de relations englobant qui est pertinent pour comprendre leur dynamique. Pour simplifier, je continuerai à raisonner ici dans le cadre de systèmes nationaux ou continentaux. Je rappellerai enfin l'importance, dans la définition d'un objet « ville », des considérations relatives aux ordres de grandeur, à la notion d'échelle. Le même mot désigne en effet des entités dont les dimensions varient sur plusieurs ordres de grandeur, de quelques milliers à quelques dizaines de millions d'habitants. Si on reconnaît une ontologie commune à ces entités, c'est bien à cause de l'enchaînement historique (*path dependence*) qui les caractérise, toute grande ville ayant d'abord procédé d'une petite, et conservant au cours du temps et malgré les éventuelles vicissitudes économiques ou politiques, des caractères urbains, collectifs, identitaires et distinctifs [Pumain, 2004].

Quelle qu'en soit la mesure, toutes les méthodes qui permettent de comparer les poids de ces villes s'appuient sur un modèle de référence qui n'attribue pas la même valeur aux différences mais aux rapports entre ces quantités. Bien que la différence de population soit la même, on considère qu'il y a plus d'inégalité de taille entre une ville de 10 000 et une ville de 20 000 habitants qu'entre une ville de 100 000 et une ville de 110 000 habitants. C'est que cette *comparaison entre des villes*, *transversale* dans le temps, s'appuie sur un modèle *longitudinal*, qui décrit la croissance d'une ville au cours du temps. Ce modèle de référence n'est pas linéaire, il est exponentiel. La dynamique des villes est ainsi mesurée classiquement par des *taux de croissance*, qui sont des variations relatives : on admet qu'une ville passant de 10 à 20 000 habitants au cours d'une période donnée accomplit la même performance qu'une ville qui passe de 100 à 200 000 habitants au cours de la même période. Ce modèle a été formalisé dès 1931 par le statisticien Gibrat qui a démontré que cette croissance exponentielle (la « loi de l'effet proportionnel ») expliquait statistiquement la forme de la distribution des tailles de villes (une distribution log-normale, proche dans sa forme de la « loi rang-taille » utilisée depuis G. Zipf à partir des années 1941 pour la description des hiérarchies urbaines).

Le modèle exponentiel (ou de croissance proportionnelle à la taille) est utilisé très couramment dans la production de très nombreux indicateurs sociaux. On compare ainsi les comportements démographiques des populations à partir de taux (taux de natalité, de mortalité, de fécondité, de migration) et on mesure les inégalités entre les pays à partir de statistiques par habitant, qu'il s'agisse de revenu, d'automobiles ou de niveau d'instruction. L'universalité du modèle exponentiel dans la croissance de tous ces phénomènes est ainsi admise, bien qu'elle soit plus rarement testée. En outre, le raisonnement qui conduit à utiliser ces taux, pour mener les comparaisons entre des objets de taille différente, reste le plus souvent implicite. Or l'utilisation d'un modèle de croissance, ou d'évolution, ou longitudinal, pour des comparaisons transversales, suppose que les variations d'échelle s'effectuent de manière linéaire : si on double la taille d'un système, la taille de l'une de ses parties va également doubler. C'est ainsi que l'on peut interpréter le modèle de Gibrat : chacune des villes, qui constitue un élément du système des villes, voit au cours du temps varier sa taille proportionnellement à celle du système.

Pourtant, des physiciens et des biologistes nous alertent quant à la non-linéarité de certaines lois d'invariance d'échelle : il se produit parfois des variations systématiques du rapport entre la taille d'un élément et celle d'autres éléments ou de l'ensemble du système, telles que ces *quantités n'évoluent plus dans un simple rapport de proportionnalité, mais selon des lois de puissance*. C'est ainsi que depuis d'Arcy Thompson, la notion de croissance allométrique est bien connue en biologie, et que les objets fractals ont fait irruption avec pertinence dans maintes disciplines. Ces modèles connus sous l'appellation de *scaling laws* ou lois d'invariance d'échelle, décrivent la forme que prend la relation statistique entre deux variables mesurées sur des objets à des échelles différentes.

4. ACTIVITÉS URBAINES ET TAILLE DES VILLES : UNE INTERPRÉTATION PHYSIQUE

Nous avons exploré la forme statistique des relations entre différentes variables y mesurées sur les villes et la taille des villes, évaluée d'après leur population P.

Si $y = P^{\beta}$

alors $\log y = \beta \log P + \varepsilon$

Des expériences ont été conduites avec Fabien Paulus et Céline Vacchiani-Marcuzzo sur les villes de France, d'Europe, d'Afrique du sud et des États-Unis [Pumain & *al*., 2006(b) et 2009]. Le résultat le plus important de ces recherches est que, *contrairement à la biologie où les lois invariantes d'échelle relatives aux dépenses d'énergie ou au métabolisme ont toujours des exposants inférieurs à 1, on trouve dans les systèmes de villes des variables d'activité, de production ou de consommation qui ont des exposants égaux ou supérieurs à 1.* En fait, trois types de lois d'échelle sont identifiés dans les villes. Certaines quantités sont en effet réparties dans les villes proportionnellement à la population (exposant égal à 1), d'autres au contraire ont des exposants inférieurs à 1, et d'autres des exposants plus grands que 1. Cette dernière forme de relation, dite supra-linéaire, est une nouveauté pour les physiciens et les biologistes.

Une contribution importante des physiciens à l'interprétation est de relier par un modèle mathématique la valeur des exposants des lois d'échelle à des processus de croissance. En effet, un exposant inférieur à 1 révèle des contraintes sur le développement, qui se traduisent par une limite à la croissance, laquelle prend la forme d'une fonction logistique : au-delà d'une certaine taille, la part des ressources que le système consacre à son entretien ne lui permet plus de croître encore. L'évolution a sélectionné des systèmes biologiques dont l'organisation suit un principe d'efficacité, dans les propriétés génériques des réseaux qui distribuent l'énergie et répartissent les ressources : ces réseaux organisés hiérarchiquement selon une structure fractale occupent l'espace de façon optimale, en minimisant l'énergie nécessaire pour atteindre tous les constituants élémentaires d'un organisme et en dissipant le moins possible d'énergie. L'analogie est immédiate en milieu urbain avec le cas des infrastructures, qui ont aussi des lois d'échelle d'exposant inférieur à 1 [Kuhnert & *al*., 2006], et dont le dessin s'est souvent auto-organisé hiérarchiquement selon une géométrie fractale [Frankhauser, 1994 ; Genre-Grandpierre, 2000], ce qui à la fois constitue une optimisation destinée à permettre la croissance des villes, mais aussi tendrait à limiter la taille qu'elles peuvent atteindre, si les ressources dont elles disposent étaient fixes.

Dans le cas des lois d'échelle dont les exposants sont égaux à 1, une croissance exponentielle, sans limite, est possible. Ce modèle de dynamique, selon un processus de *croissance distribuée*, semble soutenir le développement des réseaux urbains depuis la première révolution industrielle [Robson, 1973 ; Pumain, 1982]. La transition urbaine qui a touché depuis plus de deux siècles les pays industrialisés puis les actuels pays en développement se traduit par une croissance quasi homothétique des villes selon leur taille, certes avec de nombreuses fluctuations entre les villes d'un même territoire et d'une période à la suivante, et selon des intensités et des temporalités variables selon les pays et les continents [Bretagnolle & *al*., 2007].

Lorsque l'exposant est plus grand que 1, alors la contrainte au contraire incite à un développement d'autant plus grand que le système est déjà grand : ce sont les fameux rendements croissants qu'évoquent les économistes pour rendre compte des économies d'agglomération ! Les physiciens déduisent dans ce cas une « singularité en temps fini » de la courbe de croissance des villes, explosion quantitative qui se traduirait ensuite par une décroissance brutale, en l'absence d'une innovation apportant des ressources nouvelles et modifiant l'énergie du système [Kuhnert & *al*., 2006]. Ce résultat prédit par le modèle mathématique n'a cependant jamais été observé dans la réalité ! Le calcul reste une « expérience de pensée », incitant à entreprendre de nouvelles enquêtes quant à la croissance des villes.

Ces trois types d'observations sont réunis par les physiciens dans une interprétation fonctionnelle et universaliste [Bettencourt *et al*., 2009]. Les activités dont l'exposant est inférieur à 1 seraient celles pour lesquelles les grandes villes réalisent des économies d'échelle, elles témoignent de l'efficacité de l'organisation sociale, qui permet de maintenir des villes de plus grande taille avec un coût moindre par habitant. En effet, ce sont en général les infrastructures (longueur des réseaux, nombre de stations-service…) qui ont ce type de comportement scalant. D'autres activités sont à peu près proportionnelles au nombre d'habitants, il s'agit des services banaux qui satisfont des besoins individuels. En revanche, des mesures du revenu des villes, ou de leur capacité d'innovation (comme le nombre de chercheurs, les emplois de la recherche-développement, ou le nombre des brevets déposés), suivent des lois d'échelle avec des exposants supérieurs à 1, conformément à ce que les économistes appellent des « économies d'agglomération » ou des « rendements croissants » avec la taille [Feldman & *al*., 1994 ; Bettencourt & *al*., 2009]. Remarquons que non seulement ces produits de l'activité urbaine, mais aussi des « effets sociaux induits » comme les coûts (fonciers, immobiliers, le coût de la vie), le niveau des salaires, ou encore le taux de criminalité dans les villes américaines… (mais cela n'est pas avéré), cf. [Shearmur et Polèse, 2005] ont des lois d'échelle d'exposant plus grand que 1. Ainsi, la dépense d'énergie, sous toutes ses formes, tendrait à augmenter plus que proportionnellement avec la taille des villes. Cette observation explique sans doute la difficulté d'établir des bilans coût-avantage en termes d'économie urbaine [Pumain, 2006(a)] et les controverses récurrentes quant à l'existence ou non d'une taille optimale des villes [Bairoch, 1988]. L'interprétation des physiciens qui conclut à une élévation du « rythme de vie » (*pace of life*) avec la taille des villes nous semble cependant passer à côté de toute l'organisation sociale construite au cours de l'histoire du développement des villes. Par ailleurs, rien n'est dit quant au déclencheur, au moteur de cette activation, alors que la théorie urbaine offre d'autres pistes pour une explication moins « instantanée » des effets de la taille des villes sur la répartition des activités.

5. UNE INTERPRÉTATION GÉOGRAPHIQUE

Nous avons donc proposé une seconde interprétation, qui historicise l'explication de ces trois types de lois d'échelle, en les reliant à la théorie de la division sociale du travail, aux cycles d'innovation économique urbains et au processus de diffusion hiérarchique de ces innovations. En effet, les secteurs d'activité dont les exposants sont supérieurs à

1 sont toujours ceux qui sont les plus innovants lors d'une période donnée, ils sont captés d'abord par les plus grandes villes, avant de se diffuser dans le reste du système ; les activités alors banalisées, correspondant à un deuxième stade dans l'histoire des produits ou des pratiques, se répartissent proportionnellement à la population des villes, ce sont pour ces secteurs que les exposants sont proches de la valeur 1. Quant aux activités dont les exposants sont inférieurs à 1 (ce qui représente une concentration relative dans les plus petites villes), ce sont celles qui concernent des secteurs en fin de cycle. Cette interprétation, qui tient compte de l'évolution historique des villes, s'appuie sur la théorie de la diffusion hiérarchique des innovations. Celle-ci met en avant la plus forte capacité des grandes villes à capter les bénéfices de l'innovation, qui sont plus importants dans les premiers stades, mais avec des coûts supérieurs, si bien qu'un processus de diffusion s'opère vers des villes de moins grande taille, où les coûts sont plus modestes, lorsque le produit ou le service ne rapporte plus autant car sa production se banalise. Lorsque l'activité devient obsolète, elle n'est plus assurée que par des petites villes spécialisées. Cette théorie est confirmée par l'observation de l'évolution des exposants [Paulus, 2004]. Au cours des cinquante dernières années, on voit les valeurs des exposants diminuer, tout en restant supérieurs à 1, pour les industries du cycle de l'automobile et de l'électricité par exemple, alors qu'elles augmentent encore pour les activités de recherche et développement ainsi que pour les technologies de l'information et de la communication. Notre interprétation est aussi renforcée par l'observation des lois de répartition des catégories sociales, qui dans la nomenclature française sont à peu près classées selon le statut, le niveau d'instruction et la qualification des personnes. L'ordre des exposants reflète bien la hiérarchie sociale : les catégories qui ont des lois d'échelle supra linéaires sont celles du haut de la hiérarchie, tandis que des catégories moyennes comme les instituteurs ou les personnels de santé se répartissent proportionnellement à la population, et les ouvriers, avec ou sans qualification, ont au contraire des répartitions qui varient sub-linéairement avec la taille des villes [Pumain *et al.*, 2006 et 2009].

Tous ces résultats nous amènent à proposer une interprétation des lois d'invariance d'échelle qui situe le processus dynamique, non pas à l'échelle de la trajectoire d'une seule ville au cours du temps, mais dans un système de villes. Le processus consiste en la captation des activités innovantes, exigeantes en travail très qualifié, par les plus grandes villes, suivie à des intervalles de quelques décennies de la substitution de ces activités par d'autres encore plus récentes, alors que les activités du cycle précédent se relocalisent dans des villes de moindre importance où leur développement est moins coûteux et le travail moins qualifié, avant qu'elles ne finissent par se replier sur de toutes petites villes, voire se *délocaliser* dans des territoires où le marché du travail pèse encore moins sur les coûts de fonctionnement des activités. Ce processus de « division internationale du travail » bien observé depuis plus de quarante ans [Aydalot, 1976] joue aussi à l'intérieur des territoires, expliquant et s'expliquant par la co-évolution des villes qui structurent ces échanges et réalisent une continuelle adaptation au changement social, économique et culturel.

6. DISCUSSION : LA QUESTION DE L'ERGODICITÉ

D'après les observations, on sait que sur le très long terme, la croissance des villes a été et est encore plutôt de type exponentiel, avec cependant, dans certaines périodes, au début des grands cycles d'innovation surtout, une légère tendance à une croissance plus forte des grandes villes. Les décalages et les asymétries créées par le processus de diffusion hiérarchique des innovations pourraient suffire à expliquer cet avantage des grandes villes. En particulier, les effets différentiels de la contraction de l'espace-temps, c'est-à-dire la transformation historique de l'espace social d'interaction entre les villes, sont responsables pour une bonne part du renforcement des inégalités entre les tailles des villes au cours du temps [Bretagnolle, 2003]. Dans sa thèse, J.-M. Favaro [2007] a en outre établi, à partir d'un modèle simulant les interactions inter-urbaines, que l'avantage conféré aux grandes villes par l'adoption plus précoce des innovations, au cours du processus de diffusion hiérarchique, pouvait rendre compte des anomalies souvent constatées lors des tests du modèle de Gibrat. En fait, il est important, du point de vue de la formalisation de la dynamique des villes, de ne pas se contenter d'un modèle statistique qui, dans ses hypothèses (impliquant l'indépendance entre les entités en croissance) contredit l'ontologie des villes et des systèmes de villes, laquelle repose sur les échanges entre des lieux plus ou moins éloignés qui soutiennent la croissance de l'économie urbaine.

Il reste cependant à trouver quelle est la loi de composition entre les activités urbaines, qui fait que toutes les villes, grandes ou petites, finissent par croître selon ce modèle, lors des phases d'urbanisation rapide, lorsque l'exploitation du potentiel créé par la mise en réseau des villes est forte. Ce que les lois d'échelle nous apprennent en tout cas, c'est que la notion de *développement urbain durable*, comme tension entre les limites liées aux contraintes matérielles et la création de nouvelles ressources par les innovations sociales, est bien l'expression pléonasmique de la croissance historique des villes.

Enfin, la physique ou la biologie admettent qu'on puisse établir des liens forts entre des observations transversales, faites à un moment donné sur un ensemble d'éléments ou des individus de taille différente, et des lois longitudinales relatives au développement, à la croissance, voire à l'évolution, de ces éléments. Il reste à discuter dans quelle mesure cette hypothèse est valide, jusqu'à quel point les inégalités observées entre les villes à un moment donné (comparaison transversale) sont de même nature que les différents états qu'elles ont traversés au cours leurs trajectoires historiques (observation longitudinale). Cela ne va pas de soi, et en tout cas soulève de très délicats problèmes de comparaison dans le temps pour tout un ensemble d'indicateurs, afin d'établir les équivalences nécessaires à ce type de raisonnement abstrait. En d'autres termes, pour que l'analogie soit valide, il faudrait imaginer que le système urbain soit ergodique, c'est-à-dire que l'ensemble des états possibles pour toutes les villes soient accessibles à n'importe laquelle d'entre elles. Or, il est évident que l'évolution des systèmes de villes ne s'effectue pas seulement par la diffusion d'un processus homogène d'innovation, mais aussi par spécialisation de certaines villes qui participent plus que d'autres à tel ou tel cycle. Les trajectoires de ces « générations » de villes spécialisées ne sont pas susceptibles de s'apparenter les unes aux autres. Même en faisant abstraction de ce processus, notre interprétation des lois invariantes d'échelle conduit à établir que, en probabilité, les différents niveaux de taille de ville ne sont pas susceptibles d'accueillir les innovations au même moment. Plus encore, ces décalages semblent partie intégrante de la dynamique du système, en soutenant la croissance des villes qui portent les innovations, plus dispendieuse, par des productions moins coûteuses réalisées dans des marchés du travail moins exigeants. Là encore comme souvent en géographie, on doit veiller à ne pas interpréter à un niveau des relations observées à un autre niveau, et rappeler que la « créativité » imputée à certaines villes, qui est une propriété collective tenant à la plus grande complexité de leur organisation sociale, s'appuie aussi en partie sur l'exploitation et la complémentarité avec d'autres niveaux territoriaux à l'intérieur d'un système de villes ou dans d'autres parties du monde.

7. CONCLUSION

Il est tentant d'employer les formalismes des sciences de la nature pour accroître la généralité, l'élégance et l'efficacité de la présentation des connaissances en sciences humaines et sociales. Cependant, le transfert de modèles ne vaut que lorsque les concepts sous-jacents ont été reformulés et révisés de façon pertinente dans le domaine d'application. Il n'est pas toujours immédiat et facile de déceler quelles sont les hypothèses acceptables et quelles sont celles qui risquent d'invalider un raisonnement dans son ensemble.

Les investigations relatives aux lois d'échelle ont fait apparaître clairement les limites des analogies possibles dans l'évaluation des inégalités et des formes de croissance en biologie et dans les sciences humaines [Bourgine, Lesne, 2006]. Quelles conséquences peut-on tirer de ces lois de croissance plus que proportionnelle (hyperexponentielle) pour l'évaluation des inégalités entre les villes ? Peut-être d'abord une plus grande tolérance à l'égard des « démesures » urbaines, si souvent dénoncées comme autant de développements monstrueux ! Autant il peut paraître légitime, d'un point de vue démocratique ou d'équité, de revendiquer l'égalité des conditions de vie, de la qualité de la vie urbaine, tels qu'on les mesure « *per capita* », en rendant les équipements de base proportionnels à la population et en s'efforçant de réduire les inégalités, tout en minimisant les coûts de maintenance, matériels, sociaux et écologiques, autant il importe de réfléchir quant à la signification des écarts qualitatifs qui s'instaurent du fait des inégalités quantitatives de taille des villes. « Plus est différent ». Il nous faut désormais mieux prendre en compte la complexité qui résulte de l'accumulation historique dans les villes, liée aux asymétries d'information dans les réseaux qui relient leurs différents acteurs [Rozenblat, 1996]. La mesure des inégalités, dans ces systèmes à très forte différenciation hiérarchique, ne se réduit pas à des mesures quantitatives, si sophistiquées soient-elles, mais à des évaluations qualitatives de ce que représente pour nos sociétés le développement urbain.

En revenant aux constatations faites à propos de la force des fourmis, il est possible de tirer quelques conséquences pratiques de nos observations. Si, pour un grand nombre d'indicateurs urbains, le raisonnement comparatif en termes de quantités par habitant fait sens, il convient de reconsidérer certaines autres comparaisons des performances des villes. Par exemple, pour tout ce qui concerne les consommations d'énergie ou de ressources pour des équipements, parmi lesquels vont se trouver nombre d'indicateurs du « développement durable », les lois d'échelle indiquent que les grandes villes font déjà « mieux », spontanément, que les petites, et le dosage de l'effort supplémentaire à entreprendre doit tenir compte de l'importance des économies d'échelle réalisables. En revanche, en termes de compétitivité économique, les petites villes doivent être considérées comme viables et attractives, même lorsqu'elles comportent des proportions d'activités « métropolitaines » inférieures à celles des plus grandes villes.

Dans le domaine de l'action, de l'aménagement du territoire par exemple, on pourrait être tenté de reproduire, pour limiter la taille des villes, des formes de régulation qui ont un temps fait leurs preuves, par exemple à propos des inégalités de revenu. M. Barbut [2004] a démontré que les mesures prises dans certains pays scandinaves ou d'Europe occidentale au tournant du XXe siècle avaient contribué à éloigner la forme statistique de la distribution des revenus de son attracteur antérieur, c'est-à-dire le fameux modèle construit par Pareto (ou encore la loi log-normale), vers un attracteur admettant des inégalités bien moins fortes, celui de la loi normale. Ce qui a été possible pour les revenus l'est-il dans le cas des villes ? La tendance historique

« lourde » est en effet au renforcement presque continu des inégalités de taille des villes sur le long terme [Bretagnolle & *al*., 2000]. Quelles régulations seraient applicables pour une mise en réseau des villes qui soit moins compétitive et plus solidaire, pour un « développement polycentrique » tel celui préconisé par la Commission européenne ? De telles régulations sont-elles applicables dans un univers en proie aux concurrences avivées de la mondialisation ? Si les villes acquièrent les propriétés qui les font croître et s'enrichir, dans un processus compétitif de mise en réseau toujours plus vaste pour la captation des innovations, la question d'une taille optimale des villes garde-t-elle un sens pour l'aménagement du territoire ? La loi de Gibrat reste un attracteur pour une croissance des villes qui reste soutenue par le processus de leur mise en réseau pour la création et la captation d'innovations, seule une décroissance d'origine exogène à ce processus serait susceptible d'inverser la tendance (et non pas des innovations technologiques elles-mêmes, comme on l'affirme parfois un peu trop rapidement à propos des TIC). À cet égard, lorsque des contraintes sinon *physiques*, du moins *matérielles*, en termes de ressources en énergie et en matière première, recommencent à devenir de possibles facteurs limitants pour l'expansion urbaine, il est important de bien comprendre la logique des modèles dynamiques qui seront proposés pour explorer les futurs possibles de l'urbanisation planétaire.

BIBLIOGRAPHIE

AYDALOT P. (1976), *Dynamique spatiale et développement inégal*, Paris, Economica.

BAIROCH p. (1988), *Taille des villes, conditions de vie et développement économique,* Paris, EHESS.

BARBUT M. (1998), « Une famille de distributions : des parétiennes aux 'contra-parétiennes'. Applications à l'étude de la concentration urbaine et de son évolution », *Mathématiques et Sciences humaines*141, p. 43-72.

BETTENCOURT L., LOBO J., and WEST G. (2009), "The self similarity of human social organization and dynamics in cities", Lane D., Pumain D., van der Leeuw S., West G. (eds.), *Complexity perspectives on innovation and social change*, ISCOM, Springer, Methodos Series 7, chap. 7.

BOURGINE P., LESNE A. (sous la dir.) (2006), *Morphogenèse, l'origine des formes,* Paris, Belin, coll. Echelles, 360 p.

BRETAGNOLLE A. (2003), « Vitesse des transports et sélection hiérarchique entre les villes françaises », Pumain D., Mattéi M.-F. (coord), *Données Urbaines* 4, Anthropos, p. 309-323.

BRETAGNOLLE A., MATHIAN H., PUMAIN D., ROZENBLAT C. (2000), "Long-term dynamics of European towns and cities: towards a spatial model of urban growth", *Cybergeo* 131, 17 p.

BRETAGNOLLE A., PUMAIN D., VACCHIANI-MARCUZZO C. (2007), « Les formes des systèmes de villes dans le monde », Mattéi M.-F., Pumain D. (dir), *Données urbaines* 5, p. 301-314.

BRETAGNOLLE, A., MATHIAN H., GIRAUD T. (2008), « L'urbanisation des États-Unis, des premiers comptoirs coloniaux aux Metropolitan Areas (1790-2000) », *Cybergeo* 427.

DESROSIÈRES A. (1993), *La politique des grands nombres. Histoire de la statistique*, Paris, La Découverte.

DIAMOND J. (1997), *De l'inégalité parmi les sociétés - Essai sur l'homme et l'environnement dans l'histoire,* Paris, Gallimard [traduction française, 2000].

FAVARO, J.-M. (2007), *Croissance urbaine et cycles d'innovation dans les systèmes de villes : une modélisation par les interactions spatiales,* Université Paris I, Thèse de doctorat.

FELDMAN M.-P., FLORIDA R. (1994), "The Geographic Sources of Innovation: Technological Infrastructures and Product Innovation in the United States", *Annals of the Association of American Geographers* 84(2), p. 210-229.

FRANKHAUSER P. (1994), *La fractalité des structures urbaines*, Paris, Economica.

GENRE-GRANDPIERRE C. (2000), *Forme et fonctionnement des réseaux de transport : approche fractale et réflexions sur l'aménagement des ville*s, Université de Franche-Comté, Thèse de doctorat.

GIBRAT R. (1931), *Les inégalités économiques*, Paris, Sirey.

GRATALOUP C. (1996), *Lieux d'Histoire. Essai de géohistoire systématique*, Paris, Reclus / La Documentation française.

GUEROIS M., PAULUS F. (2002), « Commune-centre, agglomération, aire urbaine : quelle pertinence pour l'étude des villes ? », *Cybergeo : Revue Européenne de Géographie* 212, 18 p.

KUHNERT C.D., HELBING D., WEST G.B. (2006), "Scaling laws in Urban Supply Networks", *Physics A, Statistical Mechanics and its applications* 263 (1), p. 96-103.

LANE D., PUMAIN D., VAN DER LEEUW S., WEST G. (eds.) (2009), *Complexity perspectives on innovation and social change*, ISCOM, Springer, Methodos Series 7, 492 p.

MORICONI-EBRARD F. (1994), *Geopolis, pour comparer les villes du monde*, Paris, Economica.

PAULUS F. (2004), *Coévolution dans les systèmes de villes : croissance et spécialisation des aires urbaines françaises de 1950 à 2000,* Université Paris I, thèse de doctorat.

POLESE M., SHEARMUR R. (2005), *Économie urbaine et régionale*, Paris, Economica.

PUMAIN D. (1982), *La dynamique des villes,* Paris, Economica.

PUMAIN D. (1997), « Vers une théorie évolutive des villes », *L'Espace Géographique* 2, p. 119-134.

PUMAIN D. (2004), *Scaling laws and urban systems*, Santa Fe Institute, Working Paper n° 04-02-002, 26 p.

PUMAIN D. (2006a), « Villes et systèmes de villes dans l'économie », *Revue d'économie financière* 86, p. 29-46.

PUMAIN D. (2006b), « Lois d'échelle et mesure des inégalités en géographie », *Revue Européenne des Sciences Sociales*, tome XLV, 138, p. 55-65.

PUMAIN D., PAULUS F., VACCHIANI-MARCUZZO C., LOBO J. (2006), "An evolutionary theory for interpreting urban scaling laws", *Cybergeo* 343, 20 p.

PUMAIN D., PAULUS F., VACCHIANI-MARCUZZO C. (2009), "Innovation Cycles and Urban Dynamics", D.Lane, D. Pumain, S. Van der Leeuw, G. West (eds.), *Complexity perspectives on innovation and social change, ISCOM*, Berlin, Springer, Methodos Series, p. 237-260.

ROBSON B.T. (1973), *Urban growth, an approach,* London, Methuen, 260 p.

ROZENBLAT C. (1996), « L'efficacité des réseaux de villes pour le développement et la diffusion des entreprises multinationales en Europe (1990-1996) », *Flux* 27-28, p. 41-58.

VACCHIANI-MARCUZZO C. (2005), *Mondialisation et système de villes : les entreprises étrangères et l'évolution des agglomérations sud-africaines,* Université Paris I, thèse de doctorat.

WEST G.B. (1988), "Scale and Dimension from Animals to Quarks", Cooper N.G. and West G.B. (eds), *Particle Physics*, Cambridge, Cambridge University Press.

WEST G.B., BROWN J.H., ENQUIST B.J. (1997), "A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology", *Science* 276.

WEST G.B. (2006), "Size, scale and the Boat Race: conceptions, connections and misconceptions", Pumain D. (ed.), *Hierarchy in Natural and Social Sciences*, Springer, p. 71-80.